

亞洲國際數學奧林匹克聯合會  
ASIA INTERNATIONAL MATHEMATICAL OLYMPIAD UNION



亞洲國際數學奧林匹克公開賽初賽  
Asia International Mathematical Olympiad Open Trials

高中組 Senior Secondary

時限：90 分鐘

Time allowed: 90 minutes

樣本試題  
Sample Questions

本試題不可取走。

THIS QUESTION PAPER CANNOT BE TAKEN AWAY.

未得監考官同意，切勿翻閱試題，否則參賽者將有可能被取消資格。

DO NOT turn over this Question Paper without approval of the examiner.

Otherwise, contestant may be DISQUALIFIED.

請將答案寫在 答題紙 上。

All answers should be written on the ANSWER SHEET.

甲部：每題 4 分

Section A – each question carries 4 marks

---

- 1) 已知  $x$  為一兩位正整數且  $x^2 - 3y^2 = 1$ ，求  $y$  的最大整數值。  
If  $x$  is a 2-digit positive integer and  $x^2 - 3y^2 = 1$ . Find the largest possible integral value of  $y$ .

- 2) 設  $[x]$  代表不大於  $x$  的最大整數，求  $\left[\frac{7}{2016}\right] + \left[\frac{14}{2016}\right] + \left[\frac{21}{2016}\right] + \cdots + \left[\frac{8064}{2016}\right]$  的值。

Given  $[x]$  represent the largest integer less than  $x$ . Find the value of

$$\left[\frac{7}{2016}\right] + \left[\frac{14}{2016}\right] + \left[\frac{21}{2016}\right] + \cdots + \left[\frac{8064}{2016}\right].$$

- 3) 以根式表示  $4\sin 75^\circ - 2\cos 45^\circ$  的值。  
Express  $4\sin 75^\circ - 2\cos 45^\circ$  in surd form.

- 4) 若行列式  $\begin{vmatrix} 4x & 2x \\ 6 & x \end{vmatrix}$  的值為  $-9$ ，求  $x$  的值。

If the determinant  $\begin{vmatrix} 4x & 2x \\ 6 & x \end{vmatrix}$  has a value equal to  $-9$ , find the value of  $x$ .

5)

6)

7)

8)

~ 甲部完 ~

~ End of section A ~

請以最簡形式填寫答案。若計算結果是分數，請化至最簡，並確保為真分數或帶分數，或將計算結果寫成小數。

答案可以根式表示，唯該根式必須是最簡形式。除特別註明外，毋需填寫單位。錯誤單位將不給予任何分數。

Write down the answer in the simplest form. If the calculation result is a fraction, please write down the answer as a proper or mixed fraction, decimal figure is also accepted. You may use square root to represent the answer which is in the simplest form.

Unless otherwise stated, no need to write down any unit. Marks will NOT be given for incorrect unit.

請將答案寫在 答題紙 上。

All answers should be written on the ANSWER SHEET.

乙部：每題 5 分

Section B – each question carries 5 marks

---

9) 若  $[x]$  為不大於  $x$  的最大整數值，求方程  $7x - 3[x] = 4$  的所有解之積。

Given  $[x]$  represent the largest integer less than  $x$ , find the product of all solutions to  $7x - 3[x] = 4$ .

10) 對於圓  $x^2 + y^2 + 2x - 12y - 4 = 0$ ，若一直線經過  $A(5, 2)$  並與圓相交於兩點  $B$  和  $C$ ，求  $AB \times AC$  的值。

In a rectangular coordinate system, there is a circle  $x^2 + y^2 + 2x - 12y - 4 = 0$  and a straight line.

If the straight line passes through  $A(5, 2)$  and intersects the circle and point  $B$  and  $C$ . Find the value of  $AB \times AC$ .

11) 已知  $x$  為三位正整數且符合同餘方程  $x^2 - 3x - 28 \equiv 0 \pmod{15}$ ，求  $x$  的最大值。

Given  $x$  is a 3-digit positive integer and  $x$  follows the congruence equation  $x^2 - 3x - 28 \equiv 0 \pmod{15}$ , find the largest possible value of  $x$ .

12) 求  $\sum_{k=1}^{100} \left( (-1)^{k+1} \times \frac{4k}{(2k)^2 - 1} \right)$  的值。

Find the value of  $\sum_{k=1}^{100} \left( (-1)^{k+1} \times \frac{4k}{(2k)^2 - 1} \right)$ .

13)

14)

15)

16)

~ 乙部完 ~  
~ End of section B ~

請將答案寫在 答題紙 上。

All answers should be written on the ANSWER SHEET.

丙部：每題 7 分

Section C – each question carries 7 marks

---

17) 若  $p = 1 - ai$  ,  $a \in \mathbb{R}$  及  $q = 3 - i$  是二次方程  $z^2 - 4z + b = 0$  的根，當中  $b \in \mathbb{R}$  。求  $ab$  的值。

(以  $x + yi$  方式表示答案)

If  $p = 1 - ai$  ( $a \in \mathbb{R}$ ) ,  $q = 3 - i$  , and  $p$  and  $q$  are the solutions to the quadratic equation  $z^2 - 4z + b = 0$  ( $b \in \mathbb{R}$  ). Find the value of  $ab$ .

18) 設  $f(n) = 5n^4 - 10n^3 + 10n^2 - 5n + 1$  , 求  $\sum_{i=1}^{2016} f(i)$  的最後兩位數字。

Let  $f(n) = 5n^4 - 10n^3 + 10n^2 - 5n + 1$  , find the last two digits of  $\sum_{i=1}^{2016} f(i)$  .

19)

20)

~ 全卷完 ~  
~ End of Paper ~

請以最簡形式填寫答案。若計算結果是分數，請化至最簡，並確保為真分數或帶分數，或將計算結果寫成小數。

答案可以根式表示，唯該根式必須是最簡形式。除特別註明外，毋需填寫單位。錯誤單位將不給予任何分數。

Write down the answer in the simplest form. If the calculation result is a fraction, please write down the answer as a proper or mixed fraction, decimal figure is also accepted. You may use square root to represent the answer which is in the simplest form.

Unless otherwise stated, no need to write down any unit. Marks will NOT be given for incorrect unit.